

### Формирование MGF для распределения Пуассона

Пусть  $X$  и  $Y$  – независимые случайные величины, имеющие распределение Пуассона со средним 50. Найдите значение производящей функции моментов для случайной величины  $X + Y$  в точке 0,1.

Варианты ответа:

а) 31 852

б) 34 592

в) 37 741

г) 41 987

д) 43 955

Сумма баллов: 3

Решение:

Пусть  $\lambda$  – математическое ожидание случайной величины  $X$ .

Построим MGF для одной случайной величины:

$$\begin{aligned} M_X(t) &= E[e^{tx}] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{(\lambda e^t)^k}{k!} = \\ &= e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t-1)} \end{aligned}$$

Теперь сформируем MGF для суммы  $X$  и  $Y$ :

$$\begin{aligned} M_{X+Y}(t) &= E[e^{t(X+Y)}] = E[e^{tX}] E[e^{tY}] = \\ &= M_X(t) M_Y(t) = \\ &= e^{\lambda(e^t-1)} e^{\lambda(e^t-1)} = \\ &= e^{2\lambda(e^t-1)} \end{aligned}$$

Для  $\lambda = 50$  и  $t = 0,1$  получаем:

$$M_{X+Y}(0,1) = e^{2 \cdot 50(e^{0,1}-1)} = 34\,592,27$$

Ответ: Б

□