

Формирование PGF – свертка четырех объектов

Портфель состоит из четырех одинаковых договоров страхования жизни.

Страховая сумма зависит от причины смерти:

- в случае смерти от естественных причин страховая сумма равна 250 000 руб.,
- если смерть наступила от несчастного случая, то выплачивается удвоенная страховая сумма.

Для каждого из застрахованных вероятность смерти и от несчастного случая, и от естественных причин равна 0,1.

Найдите дисперсию суммарных выплат по всем четырем объектам.

Варианты ответа:

а) 0,0161

б) 0,1375

в) 1,3543

г) 1,6274

д) 1,9596

Сумма баллов: 3

Решение

Построим производящую функцию каждого отдельного ущерба:

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= \varphi_2(t) = \varphi_3(t) = \varphi_4(t) = \\ &= 0,8 t^0 + 0,1 t^1 + 0,1 t^2 = \\ &= 0,1(8 + t + t^2).\end{aligned}$$

Соответственно их свертка дает производящую функцию

$$\begin{aligned}Et^S &= \varphi_1(t) \cdot \varphi_2(t) \cdot \varphi_3(t) \cdot \varphi_4(t) = \\ &= (0,1(8 + t + t^2))^4 = \\ &= 10^{-4}(64 + t^2 + t^4 + 16t + 16t + 2t^3)^2 = \\ &= 10^{-4}(4096 + 2048 t + 2432t^2 + 800t^3 + 481t^4 + 100t^5 + 38t^6 + 4t^7 + t^8)\end{aligned}$$

Коэффициенты при степенях z – вероятности сумм требований по всем четырем договорам. Для наглядности их можно свести в табличный закон распределения:

n	$p(n)$	$P(S \leq n)$	n	$p(n)$	$P(S \leq n)$
0	0,4096	0,4096	5	0,0100	0,9957
1	0,2048	0,6144	6	0,0038	0,9995
2	0,2432	0,8576	7	0,0004	0,9999
3	0,0800	0,9376	8	0,0001	1,0000
4	0,0481	0,9857			

Найдем моменты первого и второго порядка, для этого дважды продифференцируем полученную PFG.

$$\alpha_1[X] = (Et^S)' \Big|_{t=1} =$$

$$= 10^{-4}(2048 + 2432 \cdot 2t + 800 \cdot 3t^2 + 481 \cdot 4t^3 + 100 \cdot 5t^4 + 38 \cdot 5t^5 + 4 \cdot 7t^6 + 8t^7) = 1,1954$$

$$\alpha_2[X] = \varphi''(1) + \varphi'(1) =$$

$$= 10^{-4}(2432 \cdot 2 + 800 \cdot 6 + 481 \cdot 12 + 100 \cdot 20 + 38 \cdot 25 + 4 \cdot 42 + 56) + 1,1954$$

$$= 3,0564$$

Теперь посчитаем искомую дисперсию:

$$DX = \alpha_2[X] - (\alpha_1[X])^2 = 3,0564 - 1,1954^2 = 1,6274$$

Ответ: Г

□