2.17. РЕКУРРЕНТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕЗЕРВОВ

В этом параграфе мы найдем соотношения для резервов в два последовательных года. Поскольку

$$\ddot{a}_x = a_x + 1 ,$$

то, подставляя это выражение в формулу

$$_tV_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} ,$$

получим равенство

$$_tV_x + P_x = A_{x+t} - P_x \cdot a_{x+t} .$$

Используя рекуррентные соотношения для премий и рент, т.е.

$$A_{x+t} = v \cdot q_{x+t} + v \cdot p_{x+t} \cdot A_{x+t+1} ,$$
$$a_{x+t} = v \cdot p_{x+t} \cdot \ddot{a}_{x+t+1} ,$$

после несложных преобразований получим

$$({}_tV_x + P_x) \cdot (1+i) = q_{x+t} + p_{x+t} \cdot {}_{t+1}V_x \; . \tag{17.1}$$

Эта формула показывает, что сумма резерва и премии на начало года вместе с процентами за этот год равна сумме годовых выплат и резервов на конец года. Если заменить p_{x+t} на $1 - q_{x+t}$, то получим

$$({}_tV_x + P_x) \cdot (1+i) = {}_tV_x + q_{x+t} \cdot (1 - {}_{t+1}V_x). \tag{17.2}$$

Эта формула показывает, что сумма резерва и премии вместе с процентами за год равна резерву следующего года и превышению страхуемой суммы (*единичной!*) над стоимостью полиса (см. замечание в конце п.15). Если рассматривается не единичная сумма контракта, а произвольная, скажем, S, то последовательные резервы, рассчитанные для этой суммы, связаны равенством

$$({}_tV + P) \cdot (1+i) = {}_{t+1}V + q \cdot (S - {}_{t+1}V). \tag{17.3}$$

Здесь через $_tV$ и P обозначены резерв и годовая премия для контрактов любого вида.

Легко заметить, что формулы (17.1) и (17.2) являются вариантами формулы Фэклера, приведенной в конце п. 15.