

2.9. РЕКУРРЕНТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СТОИМОСТИ СТРАХОВЫХ РЕНТ

Рассмотрим пожизненные ренты для двух смежных возрастов x и $x+1$. Для определенности рассмотрим сначала приведенную ренту. Тогда

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \text{ и } \ddot{a}_{x+1} = \frac{N_{x+1}}{D_{x+1}}$$

Поскольку

$$N_x = D_x + N_{x+1} ,$$

то

$$\ddot{a}_x = \frac{D_x + N_{x+1}}{D_x} = 1 + \frac{N_{x+1}}{D_x} = 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x+1}$$

и

$$\ddot{a}_x = 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \ddot{a}_{x+1} . \tag{9.1}$$

Учитывая, что

$$\frac{D_{x+1}}{D_x} = v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} = v \cdot p_x ,$$

получаем также

$$\ddot{a}_x = 1 + v \cdot p_x \cdot \ddot{a}_{x+1} \tag{9.2}$$

Поскольку $\ddot{a}_\omega = 0$, то формулы (9.1—9.2) позволяют последовательно находить \ddot{a}_x для убывающих возрастов

$$\ddot{a}_{\omega-1}, \ddot{a}_{\omega-2}, \dots$$

Рассмотрим теперь случай обыкновенной ренты. Так как

$$\ddot{a}_x = a_x + 1 ,$$

то, подставляя это выражение в (9.1), получим

$$a_x + 1 = 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot (a_{x+1} + 1) .$$

Вычитая 1 из обеих частей, получим

$$a_x = \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot (a_{x+1} + 1) \quad (9.3)$$

или

$$a_x = v \cdot p_x \cdot (a_{x+1} + 1) . \quad (9.4)$$

Снова начиная с предельного возраста ω , для которого $a_\omega = 0$, можно найти значения $a_{\omega-1}, a_{\omega-2}, \dots$ для остальных возрастов.