

2.4. ОТЛОЖЕННАЯ ПОЖИЗНЕННАЯ РЕНТА

Этот вид ренты отличается от рассмотренных выше тем, что выплаты по ней осуществляются не в год заключения контракта, а спустя указанное в контракте число лет. Так, если контракт заключается лицом в возрасте x , а величина отсрочки составляет m лет, то первая выплата будет сделана в возрасте $x + m + 1$ для обыкновенной ренты и в возрасте $x + m$ — для авансированной (приведенной) ренты.

Актуарная стоимость единичной отложенной ренты обозначается символом ${}_m|a_x$.

Стоимость приведенной (единичной) отложенной ренты обозначается ${}_m\ddot{a}_x$.

Временная диаграмма для отсроченной ренты изображена на рис. 4.1.

Отсроченная пожизненная рента (постнумерандо)

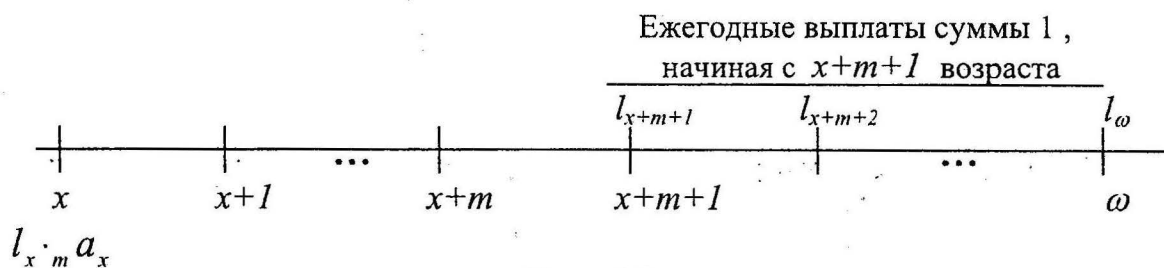


Рис. 4.1.

Дисконтируя общие суммы выплат, составим уравнение баланса

$$l_x \cdot {}_m|a_x = v^{m+1} \cdot l_{x+m+1} + \dots + v^{\omega-x} \cdot l_{\omega} \quad (4.1)$$

Из этой формулы немедленно следует, что

$${}_m|a_x = \frac{D_{x+m+1} + \dots + D_{\omega}}{D_x} \quad (4.2)$$

или

$${}_m|a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} \quad (4.3)$$

Между стоимостями отложенной и немедленной ренты существует простая связь

$${}_m|a_x = \frac{D_{x+m}}{D_x} \cdot a_{x+m}, \quad (4.4)$$

т.е. стоимость отложенной на m лет пожизненной ренты для возраста x есть “дисконтированная” множителем

$$\frac{D_{x+m}}{D_x}$$

стоимость немедленной ренты для возраста $x + m$.

Аналогичным образом получается стоимость приведенной отложенной ренты

$${}_m| \ddot{a}_x = \frac{v^m \cdot l_{x+m} + v^{m+1} \cdot l_{x+m+1} + \dots + v^{\omega-x} \cdot l_{\omega}}{l_x} \quad (4.5)$$

или

$${}_m| \ddot{a}_x = \frac{D_{x+m} + \dots + D_{\omega}}{D_x}, \quad (4.6)$$

т.е.

$${}_m| \ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} \quad (4.7)$$

При этом очевидно следующее соотношение

$${}_m| \ddot{a}_x = v^m + {}_m| a_x \quad (4.8)$$

Примеры.

4.1. Мужчина в возрасте 40 лет покупает пожизненную ренту (пенсию), выплаты которой начинаются с 65 лет. Если пенсия составляет \$15000 в год, то какова ее стоимость p ?

Решение:

Поскольку $x = 40$ и $x + m + 1 = 65$, то $m = 24$ и, следовательно,

$$p = 15000 \cdot {}_{24}| a_{40} = 15000 \cdot \frac{N_{65}}{D_{40}} = 15000 \cdot \frac{80048,6}{29969,8} = 40064,63.$$

Замечание о терминологии.

Отложенную ренту называют также *отсроченной*, а неотложенную ренту — *немедленной*.

4.2. Пятнадцатилетняя девушка получает наследство в \$30000. Она предполагает поступить в университет в возрасте 21 года и покупает ренту с выплатами, начиная с этого возраста, для обеспечения образования и последующего трудоустройства. Какова величина R ежегодных выплат?

Решение:

В данном случае

$$R \cdot \frac{N_{21}}{D_{15}} = 30000$$

или

$$R = 30000 \cdot \frac{D_{15}}{N_{21}} = 30000 \cdot \frac{33209,6}{525608,5} = 1895,49 \text{ (\$)}$$

Выражения для пожизненных рент указывают общую схему нахождения их стоимостей, т.е.

$$a = R \cdot \frac{N_T}{D_x},$$

где a — стоимость ренты,

R — ежегодные выплаты,

x — возраст заключения контракта,

T — возраст, с которого начинаются выплаты,

N_T, D_x — соответствующие коммутационные числа.