Глава 17

Основы теории–NCD

§1 NCD(скидки на отсутствие исков) системы

1.1 Введение

При выборе размера страхового взноса, который должно уплатить застрахованное лицо, многие страховые компании используют информацию о том, какое число исков подало застрахованное лицо за предшествующие годы, поскольку это лучше всего определяет вероятность того, что застрахованное лицо будет в будущем подавать иски.

Это особенно присуще автострахованию, где NCD система используется большинством, если не всеми, страховыми компаниями. (Некоторые страховщики также используют эту систему в других видах страхования, таких как страхование домашнего имущества или медицинское страхование). NCD система действует следующим образом - застрахованному лицу делается скидка на обычный страховой взнос, которая напрямую зависит от числа лет страхования, в течение которых застрахованное лицо не подавало исков.

Решая, подавать ли иск, застрахованному лицу приходится учитывать, как это повлияет на размер страхового взноса в последующие годы. Одной из причин введения NCD системы является, таким образом то, что это препятствует предъявлению малых исков. Застрахованное лицо не будет подавать иск, если он меньше, чем последующее увеличение страхового взноса. Следовательно, NCD система может уменьшить число малых исков предъявляемых страховой компании. Это уменьшит стоимость исков и компенсирует уменьшение доходов страховой организации от сбора взносов. Более важно то, что это уменьшит расходы на обработку исков. Чем меньше исков нужно рассмотреть, тем ниже расходы (по отношению к страховому взносу) на одно застрахованное лицо Уменьшая число малых исков, компания сокращает число исков, которые стоят непропорционально много в процентах от платежей по иска, подлежащих рассмотрению. Это делает страховые взносы в этой компании более конкурентоспособными.

§2 Определение NCD системы

2.1 Категории скидок

NCD система состоит из двух частей: категории скидок и набор правил, по которым происходит переход из одной категории в другую. Кроме того, для того, чтобы рассмотреть свойства NCD системы, необходимо знать также вероятность того, будет ли застрахованное лицо подавать иски в течение каждого года.

Категории обычно определяются числом лет в периоде, за который не подано ни одного иска. Однако правила перехода между категориями обычно таковы, что они зависят напрямую от числа лет, прошедших после иска. Чтобы не подавать иск, из-за которого застрахованное лицо потеряет скидки совсем, оно обычно переходит в другую категорию с более низким уровнем скидок.

Пример 17.1 Рассмотрим NCD систему с тремя категориями:

категория	Скидка %
0	0
1	25
2	40

В категории 0 застрахованное лицо платит полный страховой взнос, который на практике различен для разных индивидуумов вследствие их личных обстоятельств (например, возраста), для чего вводится индивидуальный рейтинг. Для простоты рассмотрим однородный портфель, состоящий из застрахованных лиц, отличающихся только индивидуальным рейтингом. В этом случае полный страховой взнос будет одинаковым для всех полисов в портфеле.

В категории 1 застрахованное лицо платит 75%, а в категории 2 - 60% полного страхового взноса. Если застрахованное лицо не подает ни одного иска в течение года, он (она) переходит в следующую, более высокую категорию (или остается в категории 2). Если подано один или несколько исков, он (она) переходит в более низкую категорию скидок (или остается в категории 0).

Примечание: На практике бывает 5-6 категорий, а после подачи иска можно спустится ниже более чем на одну категорию.

2.2 Матрица переходов

Чтобы легче анализировать эту систему, используем математическое представление. Ожидаемая пропорция застрахованных лиц в категории i обозначим π_i. Заметим, что $\Sigma\pi_i$=1. Кроме того, пропорции в категориях скидок представляются вектором $\vec{\pi} = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, ..., \pi_n)$.

Вероятность того, что застрахованное лицо из категории i переходит в категорию j при переходе из одного года в следующий теперь можно записать.

Простейший путь для этого - матрица вероятностей перехода

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdot & \cdot & \cdot \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

p_{ij} - вероятность того, что застрахованное лицо переходит из категории i в категорию j.

2.3 Распределение застрахованных лиц

Матрицу переходов можно использовать, чтобы определить сколько застрахованных лиц ожидается в каждой категории в каждый год. Предположим, что застрахованное лицо начинает в первый год в категории 0. Тогда в год 1 ,$\pi_0 = 1$ и пропорции в каждой категории для системы с тремя категориями скидок

$$\vec{\pi}^{(1)} = (1, 0, 0, ..).$$

В год 2, ожидаемые пропорции в каждой категории задаются вектором, получающимся при умножении $\vec{\pi}^{(1)}$ на P.

$$\vec{\pi}^{(2)} = \vec{\pi}^{(1)} P$$

Аналогично $\vec{\pi}^{(n+1)} = \vec{\pi}^{(n)} P$

§3 Анализ устойчивого состояния

3.1 Равномерное распределение

Можно продолжить нахождение $\vec{\pi}^{(n)}$ для больших значений n. При разумных условиях $\vec{\pi}^{(n)}$ стремиться к пределу при $n \longrightarrow \infty$. Когда это случится, система достигнет равновесия, или своего устойчивого состояния. Этот предел обозначим $\vec{\pi}$.

При $n \longrightarrow \infty$ получаем $\vec{\pi} = \vec{\pi}P$

Это система уравнений, которую можно решить, чтобы найти $\vec{\pi}$, имея в виду, что $\sum \pi_i = 1$.

Пример 17.2 Чтобы проиллюстрировать, как определяется устойчивое состояние, рассмотрим пример с тремя категориями скидок, как в разделе 1.1.1 выше. Если вероятность, что застрахованное лицо не подает иск равна 0.9, то $\vec{\pi}$ решение

$$(\pi_0, \pi_1, \pi_2) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \end{bmatrix} = (\pi_0, \pi_1, \pi_2)$$

т.е. $(0.1\pi_0 + 0.1\pi_1, 0.9\pi_0 + 0.1\pi_2, 0.9\pi_1 + 0.9\pi_2) = (\pi_0, \pi_1, \pi_2)$.

Это можно записать как систему из трех уравнений:

$$0.1\pi_0 + 0.1\pi_1 = \pi_0 \qquad (1)$$

$$0.9\pi_0 + 0.1\pi_2 = \pi_1 \qquad (2)$$

$$0.9\pi_1 + 0.9\pi_2 = \pi_2 \qquad (3)$$

Поскольку мы имеем три уравнения с тремя неизвестными, уравнения решаются относительно π_0, π_1 и π_2. Проблема в том, что только два из трех уравнений линейно независимы.

Однако, известно, что $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$, что используем в качестве третьего уравнения. Решаем, получаем

$$\pi_0 = \frac{1}{91}, \quad \pi_1 = \frac{9}{91}, \quad \pi_2 = \frac{81}{91}$$

3.2 Неоднородность портфеля

Одной из причин, которой объясняют применение NCD системы, является то, что ставка страхового взноса определяется автоматически. Другими словами, застрахованное лицо, которое подает меньше исков, платит меньше того, который подает больше исков. Хотя это очевидно правильно, NCD система более сложна, и вскоре становится ясно, что все не работает так хорошо, как хотелось бы, и страховой взнос, который в конечном счете платит застрахованное лицо, не пропорционален вероятности подачи иска.

Частично это происходит потому, что предлагается малое число категорий скидок и сравнительно низкие уровни скидок. А кроме того, это следствие сравнительно низкой вероятности подачи исков и отсюда высокие вероятности того, что все застрахованные лица достигнут на некоторой стадии максимальный уровень скидок.

Задав вероятности подачи исков для всех застрахованных лиц, можно будет математически, найти NCD систему, для которой после длительного периода, все застрахованные лица будут платить чистый страховой взнос, прямо пропорциональный их вероятности подачи иска. Однако, этой очень сложной системой будет трудно управлять и понимать ее.

Следующий пример рассматривает прямо противоположный случай: есть только два типа застрахованных лиц и только три категории скидок. Однако даже в такой простой ситуации не просто получить систему, в которой было бы соответствие страхового взноса вероятности подачи иска.

Пример 17.3 Предположим, что есть не такое количество вероятностей подачи иска, как число застрахованных лиц, а просто «хорошие» водители и «плохие». Вероятность того, что хороший водитель подаст иск ниже (например, 0.1), чем вероятность того, что плохой водитель подаст иск (например, 0.2). Можно найти пропорции между хорошими и плохими водителями, которые ожидаются в каждой категории после нескольких лет.

Распределение устойчивого состояния для плохих водителей $(\frac{1}{21}, \frac{4}{21}, \frac{16}{21})$

Можно теперь сравнить средние значения страховых взносов, уплачиваемых хорошими и плохими водителями. Поскольку плохие водители подают вдвое больше исков, чем плохие, их чистые страховые взносы (т.е. без учета затрат и коэффициента выгоды) должны быть вдвое выше, чем у хороших водителей (в среднем, предполагая, что распределение размеров исков одинаковое для хороших и плохих водителей). Предположим, что полная страховка с. Средний чистый страховой взнос, который платит хороший водитель,

$$\frac{1}{91} \times c + \frac{9}{91} \times 0.75c + \frac{81}{91} \times 0.6c = 0.619c$$

А средний чистый страховой взнос, который платит плохой водитель,

$$\frac{1}{21} \times c + \frac{4}{21} \times 0.75c + \frac{16}{21} \times 0.6c = 0.648c$$

Таким образом, несмотря на то, что плохие водителя должны подавать иски вдвое чаще, чем хорошие, они должны платить страховой взнос лишь немного больший (в среднем).

(В действительности, в этом простом примере максимально возможная скидка недостаточна для «идеального» удвоенного страхового взноса. Однако можно применить немного алгебры, чтобы определить скидки, чтобы в результате плохие водители платили страховой взнос вдвое больше, чем хорошие.

Для вероятности исков в этом примере, где только три категории, должна быть скидка в категории 2 по крайней мере 98.2%. Ситуация улучшиться, если есть больше категорий, но и сложность возрастет).

§4 Влияние NCD систем на предрасположенность к подаче иска

4.1 Пересмотр вероятностей перехода

До сих пор мы предполагали, что вероятность того, что водитель подаст иск, одинаковая, независимо от того в какой категории он (она) находится. Застрахованное лицо может учитывать возрастание будущего страхового взноса при решении, подавать ли иск. Это можно учесть, сравнивая изменение страхового взноса после подачи иска.

Например, рассмотрим водителя, который платит полный страховой взнос в NCD системе с тремя категориями, как в разделе 1.1.1, и пусть полный взнос £500.

Если в первый (или последующие годы) год не подано исков, будущие взносы будут £375, £300, £300. Однако если иск подан в первый год (но ни в один из последующих), то будущие взносы составят £500, £375, £300. Следовательно, дополнительно будет уплачено £200. Аналогичные суммы можно посчитать для других категорий скидок.

Вероятности того, что застрахованное лицо в каждой категории действительно подаст иск за ущерб, будут различными.

Эти различия рассчитаны с учётом последующего года, когда будет получена максимальная скидка. Возможно, застрахованное лицо не смотрит так далеко в будущее, если он вообще будет еще подавать иск в этот период. (В крайнем случае застрахованное лицо вообще может проигнорировать такие вычисления, думая что он еще будет подавать иски в течение страхового периода) . Количество лет, которые принимаются во внимание, называется горизонтом застрахованного лица. Предрасположение к подаче исков также зависит от этого горизонта.

4.2 Расчет вероятностей перехода

Понятно, что вероятность того, что застрахованное лицо потерпит убытки (попадет в аварию) не та же, что вероятность подачи иска. По факту несчастного случая, застрахованное лицо может потерпеть убытки из-за повреждения автомобиля или имущества и по компенсации потерпевшим. После несчастного случая застрахованное лицо может подать иск (игнорируя эксцедент страховки), чтобы страховщик возместил ущерб. Если известно распределение ущерба, можно рассчитать вероятность подачи иска после несчастного случая.

Например, рассмотрим застрахованное лицо из предыдущего примера, у которого бесконечный горизонт, в настоящее время категория скидок 25%, и он только что попал в аварию. Иск будет подан, если ущерб от аварии больше £275. Если X - случайная переменная, представляющая величину ущерба, то

$$P(\text{подан иск } I) = P(X > \pounds 275)$$

Поскольку предполагается, что распределение известно, вероятность расчитывается.

Пример 17.4 Компания по страхованию автотранспорта применяет NCD систему, описанную в разделе 1.1.1. с уровнями скидок 0%, 25% и 40%. При подаче одного или более исков за год застрахованное лицо переходит в следующем году на следующий, более низкий уровень скидок, или остается на 0 уровне. Если в течение года не подавалось исков, застрахованное лицо переходит в следующем году на следующий более высокий уровень скидок, или остается на 40% уровне. Для хороших водителей вероятность попасть в аварию в году 0.1. Для плохих водителей вероятность попасть в аварию в году 0.2. Вероятность того, что любой водитель попадет в две или более аварий очень мала и принимается за нулевую. Стоимость того, в фунтах, что ремонт после аварии имеет логарифмически нормальное распределение с параметрами $\mu = 5$ и $\sigma = 2$. Годовой страховой взнос у застрахованного лица на 0 уровне скидок £500. Застрахованное лицо подает иск после аварии тогда и только тогда, когда стоимость ремонта выше, чем разница между:

(а) суммой трех страховых взносов за последующие три года годового полиса, если был подан иск на возмещение стоимости ремонта.

(б) суммой трех страховых взносов за последующие три года годового полиса, если не был подан иск на возмещение стоимости ремонта.

В каждом случае застрахованное лицо предполагает, что он (она) не будет попадать в аварию в течение действия этих трех страховых периодов.

(а) На каждом уровне скидок рассчитайте стоимость ремонта, по которому застрахованное лицо не будет подавать иск.

(б) На каждом уровне скидок рассчитайте вероятность, что застрахованное лицо подаст иск после этой аварии (в) Рассчитайте пропорции хороших и плохих водителей на каждом уровне скидок, предполагая что эти пропорции достигли устойчивого состояния.

Решение (а) Три года - это достаточный срок для водителя, чтобы перейти из категории минимальных скидок к категории максимальных скидок. Поэтому стоимость ремонта, при которой застрахованное лицо не подаст иск, равна, как и в разделе 3.1:

Уровень скидок 0%: £200

Уровень скидок 25%: £275

Уровень скидок 40%: £75.

(б) P(Иск | Авария) = P(Стоимость ремонта > x) где сумма, найденная в (i). Пусть X = Стоимость ремонта

** логарифмически нормальный и $\log X \ - N(\mu, \sigma^2)$

Таким образом, требуется

$$P(X > x) = P(logX > logx) = 1 - \Phi(\frac{logx - \mu}{\sigma})$$

Для каждого уровня скидок вероятность подачи иска по случаю аварии 0% скидка

$$1 - \Phi(\frac{log200 - 5}{2}) = 1 - \Phi(0.149) = 0.441$$

25% скидка

$$1 - \Phi(\frac{log275 - 5}{2}) = 1 - \Phi(0.308) = 0.379$$

40% скидка

$$1 - \Phi(\frac{log75 - 5}{2}) = 1 - \Phi(-0.341) = 0.633$$

(в) P(Иск) = P(Иск | Авария) P(Авария)

Матрица перехода для хороших водителей:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0441 & 0.9559 & 0 \\ 0.0379 & 0 & 0.9621 \\ 0 & 0.0633 & 0.9367 \end{bmatrix}$$

Устойчивое состояние - это решение $\vec{\pi} \quad P = \vec{\pi}$

Отсюда получаются следующие уравнения:

$$0.0441\pi_0 + 0.0379\pi_1 = \pi_0 \qquad (1)$$

$$0.9559\pi_0 + 0.0633\pi_2 = \pi_1 \qquad (2)$$

$$0.9621\pi_1 + 0.9367\pi_2 = \pi_2 \qquad (3)$$

Из уравнения (1), $\pi_1 = 25.222\pi_0$

Из уравнения (3), $\pi_2 = 15.199\pi_1 = 383.350\pi_0$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$$

$$\pi_0 + 25.222\pi_0 + 383.350\pi_0 = 1$$

$$\pi_0 = 0.0024, \qquad \pi_1 = 0.0616, \qquad \pi_2 = 0.9360.$$

Матрица перехода для плохих водителей:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0882 & 0.9118 & 0 \\ 0.0758 & 0 & 0.9242 \\ 0 & 0.1266 & 0.8734 \end{bmatrix}$$

Решая уравнение устойчивого состояния $\vec{\pi} \quad P = \vec{\pi}$, получаем:

$$\pi_0 = 0.0099, \qquad \pi_1 = 0.1193, \qquad \pi_2 = 0.8708$$

§5 Вопросы студентам

В1. Действительно ли NCD правила, используемые на практике, настолько простые, как здесь описано?

О1. В действительности существуют некоторые сложности. Например, некоторые малые иски (такие как замена ветрового стекла) "позволяются т.е. они не считаются исками, снижающими уровень скидок. Также некоторые компании предлагают "защищенную"NCD систему с меньшими штрафными правилами для водителей, которые несколько лет были на максимальном уровне скидок. За это они платят дополнительный страховой взнос. Многие компании также предлагают "начальную"скидки для новых застрахованных лиц (предполагается, что они не попадают в группу высокого риска). Это позволяет этим застрахованным лицам пропустить уровень 0% скидок.

В2. Влияют ли другие факторы на застрахованных лиц при решении подавать иск или нет?

О2. На практике, на застрахованные лица влияет масса факторов, таких как: могут ли они себе позволить оплатить сумму иска сами; насколько вероятно, что им придется предъявлять иски в будущем; будет ли эта авария обеспечена денежным покрытием; нарушили ли они какие-нибудь правила (например, были пьяными за рулем); собираются ли они поменять машину или страховую компанию. Другими словами мы использовали очень простой подход.

В3. Стоит ли применять методы, которые я учил в университете для решения систем уравнений, например правило Крамера (с использованием определителей) или метод исключения Гаусса (с использованием матриц).

О3. Сомнительно, что отличное знание методов поможет на экзамене. Экзаменаторов больше интересует, знание пути решения задачу, а не познания в области численных методов. Поэтому они постараются, чтобы арифметика/алгебра была достаточно простая. Однако, стоит проводить вычисления внимательно и систематически, чтобы избежать "невынужденных"ошибок. Выбирайте кратчайший путь, чтобы сберечь свое время.

В4. Справедлива ли NCD система? Платят ли в среднем вдвое больший страховой взнос люди, которые совершают вдвое больше аварий.

О4. Никакая система, учитывающая прошлый опыт, не может полностью различить застрахованные лица с разными уровнями риска. Другими словами, если Застрахованное лицо А обходится вдвое дороже страховщику, чем Застрахованное лицо В, то Застрахованное лицо А будет платить в среднем на 30-40% больший страховой взнос, чем Застрахованное лицо В.

Дело в том, что всегда есть некоторые случайные помехи, которые нельзя исключить. Хороший водитель может оказаться неудачливым, и попасть в большее число аварий, чем ожидалось. А плохой водитель может оказаться удачливым и не подать никаких исков. Важно, что NCD система страховщика кажется застрахованным лицам справедливой.

5.1 Подсказки для ответов на вопросы

1) Вопросы по этой теме обычно совершенно аналогичные, требуют расчёта сумм или пропорции на каждом уровне скидок.

2) Иногда вопросы включают более чем одну группу застрахованных лиц с различными уровнями рисков (т.е. частотой подачи исков) для каждой группы. Могут быть замечания в комментарии к вопросу с указанием того, что NCD система не делает полных различий между застрахованными лицами с различными уровнями рисков.

3) Всегда проверяйте, чтобы в матрице перехода сумма членов ряда была равна 1.

4) Не путайте частоту исков с вероятностью подачи иска. Частота исков - это ожидаемое число исков на полис. Если можно подавать составные иски, она будет выше вероятности подачи иска.

Если иски подчинены распределению Пуассона, частота исков равна λ, а вероятность подачи иска - $1-e^{-\lambda}$. Для малых значений λ они имеют одинаковые численные значения.

§6 Ответы на вопросы для самоподготовки

Решение 16.1

Застрахованное лицо будет иметь следующие уровни скидок
1982: 0%
1983: 30% (1 иск подан. Возвращается на нулевую скидку)
1984: 0%
1985: 30%
1986: 40%
1987: 50% (2 иска подано. Возвращается на нулевую скидку.)
1988: 0%
1989: 30%
1990: 40%
1991: 50%
1992: 60% (1 иск подан. Возвращается на первый уровень.)
1993: 40%
Поэтому страховой взнос к уплате в 1993 : 750(l -0.40) = 450 (£450pa)

Решение 16.2

Частота иска - это среднее число исков на полис. Значит, вероятности того, что застрахованное лицо подаст N исков за любой год, можно вывести из формулы Пуассона: $**P(N = n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$ при $\lambda = 0.15$:

$$P(N = 0) = e^{-0.15} = 0.8607$$

$$P(N = l) = 0.15e^{-0.15} = 0.1291$$

$$P(N = 2) = \frac{0.15^2}{2}e^{-0.15} = 0.0097$$

и

$$P(N >= 3) = 1 - P(N = 0) - P(N = l) - P(N = 2) = 0.0005$$

Отсутствующее число можно найти, умножая эти вероятности на 2,000:

0 исков :	2,000 X 0.8607 = 1,721
1 иск :	2,000 X 0.1291 = 258
2 иска :	2,000 X 0.0097 = 19
3 иска :	2,000 X 0.0005 = 1

Решение 16.3

Расширение таблицы дает:

год	подан иск	не поданы иски
сразу	0	c
1	P	0.7P
2	0.7P	0.6P
3	0.6P	0.5P
4	0.5P	0.4P
5	0.4P	0.4P
6	0.4P	0.4P

Начиная с года 5, страховые премии одинаковы в любом случае. Поэтому, если горизонт прогнозирования водителя бесконечный, то стоит подавать иск в том (и только том) случае, если:

$$P + 0.7P + 0.6P + 0.5P < 0.7P + 0.6P + Q.5P + 0.4P + C \Leftrightarrow C > 0.6P$$

Значит, стоит подавать иск, если стоимость ущерба превышает 60% полной страховки.

Решение 16.4

Скидка 0 %: £600
Скидка 30%: £900
Скидка 40%: £1100
Скидка 50%: £1200
Скидка 60%: £12100

Если был £100 избыток, все числа нужно увеличить на £100.

Решение 16.5

Матрица вероятности перехода

		Новый уровень скидок				
		0%	30%	40%	50%	60%
Предыдущий уровень скидок	0 %	$1 - p_0$	p_0	0	0	0
	30%	$1 - p_0$	0	p_0	0	0
	40%	$1 - p_0$	0	0	p_0	0
	50%	$1 - p_0 - p_1$	p_1	0	0	p_0
	60%	$1 - p_0 - p_1$	0	p_1	0	p_0

Решение 16.6

Среднее отрицательного биномиального распределения $\frac{kq}{p}$, дисперсия $\frac{kq}{p^2}$

Теперь можно найти значения p, q и k приравнивая их данным величинам

$$\frac{kq}{p} = 0.20 \quad \frac{kq}{p^2} = 0.50^2 == 0.25P$$

Разделим, чтобы найти p :

$$p = \frac{0.20}{0.25} = 0.80$$

Итак :

$q = 1 - p = 1 - 0.80 = 0.20$ и $k = 0.20X\frac{p}{q} = 0.20X\frac{0.8}{0.2} = 0.80$

Используем формулу для отрицательных биномиальных вероятностей, т.е. $P(N = n) = \binom{\text{k+n-1}}{\text{n}} p^k q^n$:

$$p_0 = P(N = 0) = p^k = 0.8^0.8 = 0.8365$$

$$p_1 = P(N = 1) = kp^k q = 0.8XO.8^0.8XO.2 = 0.1338$$

Итак, матрица вероятности перехода

	Новый уровень скидок					
		0%	30%	40%	50%	60%
Предыдущий уровень скидок	0 %	0.1635	0.8365	0	0	0
	30%	0.1635	0	0.8365	0	0
	40%	0.1635	0	0	0.8365	0
	50%	0.0297	0.1338	0	0	0.8365
	60%	0.0297	0	0.1338	0	0.8365

Решение 16.7

Продолжая прогнозирование на другой год, получим:

Год 3

		Новый уровень скидок				
		0%	30%	40%	50%	60%
0 %	2000	400	1600	0	0	0
30%	1600	320	0	1280	0	0
40%	6400	1280	0	0	5120	0
50%	0	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0
TOTALS	10000	2000	1600	1280	5120	0

Решение 16.8

Если полная страховка Р, то общая сумма страховых взносов от 10,000 застрахованных лиц:

$(2,000X1.00+1,600X0.70+1,280X0.60+1,024X0.50+4,096X0.40)P == 6,038.4P$

Значит, средний страховой взнос : $\frac{6038P}{10000} = 0.60384P$ т.е. 60.4% полной страховки.